

## MATEMATIKA

### *Célok és feladatok*

A matematika tanítása során az a célunk, hogy hiteles képet adjunk a matematikáról, mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

Feladatunk a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. Biztosítanunk kell a többi tantárgy tanuláshoz, a mindennapok gyakorlathoz szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatni azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észre vegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analízáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvény-szerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődéséhez, gyakorlati alkalmazásához.

Törekednünk kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valósághoz való viszonyítására.

A matematika helyi tanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból. A matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával alkalmat adnak arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségnevelését, környezettudatosságra nevelését, és a fogyasztóvédelemre is felhívja a diákok figyelmét.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

### **A tanulók értékelése**

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok;**
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **témazáró dolgozat**
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
  - **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- számítsanak arra, hogy munkájuk elvégzése után **önértékelést** is kell végezniük;
- hallgassák meg **társaik értékelését** az adott szempontok alapján;
- fogadják meg **tanáraik észrevételeit, javaslatait, kritikáit akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

#### **Az osztályzat megállapításának szempontja:**

A tanulók elbírálása a teljesítmény alapján történik. Alapja a tankönyvben és a füzetben szereplő ismeretanyag. Meghatározó a témazáró osztályzat.

**Jeles:** az a tanuló, aki a definíciókat érti, és jól tudja alkalmazni. A tételeket (emelt szinten a bizonyításukat is) ismeri. Nehezebb feladatokat önállóan képes pontosan megoldani. Tudja alkalmazni az elméletet gyakorlati problémák megoldása során.

**Jó** az a tanuló, aki a definíciókat jól alkalmazza, a tételeket ismeri. Nehéz feladatokat is képes kisebb segítséggel átlátni, megérteni és megoldani. Az elmélet gyakorlati alkalmazása problémát jelenthet.

**Közepes** az a tanuló, aki a definíciókat érti és jól alkalmazza. A tanult tételeket ismeri, de bizonytalanul alkalmazza. Könnyebb feladatokat önállóan képes megoldani, nehezebbeket csak segítséggel.

**Elégséges** az a tanuló, aki a definíciókat ismeri és tudja alkalmazni egyszerű feladatokban. A tanult tételeket csak segítséggel tudja kimondani és a könnyebb feladatok megoldása is gondot jelenthet.

**Az írásbeli dolgozatokra javasolt érdemjegyeket az alábbiak szerint határoztuk meg:**

jeles	85% fölött
jó	70% - 85%
közepes	55% - 70%
elégséges	40% - 55%
elégtelen	40% alatt

### ***A tankönyvek kiválasztásának elvei***

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- tantervi megfelelés
- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- a tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiai jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket, esztétikus legyen
- segédanyagok (tanári kézikönyv, feladatlapok, stb) megléte
- tankönyvesalád
- előzetes kipróbálás pozitív tapasztalatai
- gyermeklélektani szempontok
- kiadó által nyújtott kedvezmények
- ár
- szállítás megbízhatósága

### ***Tantárgyi struktúra és óraszámok***

Matematika		9. évf.	10. évf.	11. évf.	12. évf.
A	3 óra	3 óra	3 óra	3 óra	4 óra
B		4 óra	5 óra	3 óra	4 óra
C		4 óra	3 óra	3 óra	4 óra
D		4 óra	4 óra	3 óra	4 óra
emelt érettségire készítés				+3 óra	+3 óra

### ***Kerettantervi megfelelés***

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet:

3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.3.2.2-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült.

A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, tehát új tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek, csak bizonyos résztémákra szánt órakeret került megnövelésre

**9. AJTP (heti 4 óra)**

<b>Tematikai egység</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika</b>	<b>Órakeret 14 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, összekapcsolása, igazságtartalmuk eldöntése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A matematika fogalmi rendszere</p> <p>Halmazok</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Halmazok megadása, részhalmaz, halmazok uniója, metszete.</li> <li><input type="checkbox"/> Elemek halmazokba rendezése több tulajdonság alapján.</li> <li><input type="checkbox"/> Halmazábra használata.</li> <li><input type="checkbox"/> Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon.</li> <li><input type="checkbox"/> Konkrét alaphalmazokon komplementer halmaz meghatározása.</li> </ul> <p>A logika elemei</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Az „és” a „vagy”, a „ha... akkor” és az „akkor és csak akkor” használata.</li> <li><input type="checkbox"/> „Bármely” és „van olyan” használata.</li> </ul>		<p><i>Informatika</i></p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom</i></p> <p><i>Természettudományos alapismeretek</i></p>
<b>Kulcsfogalmak</b>	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, komplementer halmaz, unió, metszet.	

<b>Tematikai egység</b>	<b>2. Algebra</b>	<b>Órakeret 30 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Számhalmazok: természetes, egész, racionális, valós – négy alapművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. Törtekkel való számolás és az egyenletmegoldás biztossá tétele. A számfogalom elmélyítése a számegyenes és a valós számok kapcsolatával.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Egész számok körében végzett műveletek</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Műveletek egész számokkal és kifejezésekkel.</li> <li><input type="checkbox"/> Műveleti tulajdonságok.</li> <li><input type="checkbox"/> Az első n szám összege és kapcsolódó feladatok, pl. háromszögek.</li> <li><input type="checkbox"/> Kapcsolat: Sorozatok.</li> <li><input type="checkbox"/> Az <math>1 + 2 + 4 + \dots + 2^n</math> összeg.</li> <li><input type="checkbox"/> Bevezető feladat a teljes indukcióra.</li> </ul>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom</i></p> <p><i>Természettudományos alapismeretek</i></p>

<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Speciális szorzatként a faktoriálisokkal való számolások gyakorlása.</li> </ul> <p>Műveletek törtekkel</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Törtek szorzása, osztása, összeadása, kivonása, hatványozása. Számok normál alakja.</li> <li><input type="checkbox"/> <i>(Csak felismerés, műveletek gyakorlása nélkül.)</i></li> </ul> $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Teleszkópos összegek, pl.</li> </ul> $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}$ <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Az <math>1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}</math> összeg.</li> </ul> <p>Mérlegeléssel kapcsolatos feladatok</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Pl. 5 súllyal 1 kg-tól hány kg-ig tudunk minden egész kg-ot mérni?</li> <li><input type="checkbox"/> Hamis érmék kiválasztása.</li> </ul>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Racionális szám, hatvány.

<b>Tematikai egység</b>	<b>3. Számelmélet, oszthatóság</b>	<b>Órakeret 25 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Osztó, többszörös.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika iránti érdeklődés felkeltése érdekes feladatokon, problémákon keresztül. A bizonyítás iránti igény felkeltése, erősítése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Számolás maradékokkal</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Maradékokkal végzett műveletek szabályai. Bizonyítások nélkül.</li> <li><input type="checkbox"/> Maradékokon alapuló játékok.</li> <li><input type="checkbox"/> Négyzetszámok maradékai. (3-as, 4-es, 5-ös, 8-as, 10-es.)</li> </ul> <p>Oszthatósági szabályok</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Oszthatóság az alap hatványainak osztóival.</li> <li><input type="checkbox"/> Oszthatóság az alap szomszédjainak osztóival.</li> <li><input type="checkbox"/> Oszthatóság a fentiek közül valamelyik szorzatával.</li> <li><input type="checkbox"/> Indokoljuk is az oszthatósági szabályokat!</li> <li><input type="checkbox"/> Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.</li> </ul> <p>Számelmélet alaptétele (bizonyítás nélkül)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Törzstényezős felbontás.</li> <li><input type="checkbox"/> A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös törzstényezős alakja.</li> <li><input type="checkbox"/> Relatív prímszámokra vonatkozó tételek:             <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>a/n, b/n, \text{ és } (a,b)=1 \Rightarrow ab/n,</math></li> <li>- <math>a/nm, \text{ és } (a,n)=1 \Rightarrow a/m.</math></li> </ul> </li> </ul> <p>Prímszámokkal kapcsolatos érdekességek</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Végtelen sok prím van.</li> <li><input type="checkbox"/> Ikerprím-sejtés.</li> <li><input type="checkbox"/> Prímek a négyzetszámok szomszédjai között.</li> </ul>		<p><i>Informatika</i></p>

<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Prímek a kettő-hatványok szomszédjai között:</li> <li><input type="checkbox"/> Fermat-prímek, Mersenne-prímek.</li> <li><input type="checkbox"/> Tökéletes számok.</li> <li><input type="checkbox"/> Nagy prímekkel kapcsolatos friss eredmények.</li> </ul> <p>Matematikatörténet: Euklidesz, Eratoszthenész, Mersenne, Fermat, Euler.</p>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Osztó, többszörös, prím, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.

<b>Tematikai egység</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 31 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Térelemek szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Térelemek fogalmának elmélyítése. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Esztétikai érzék fejlesztése. Szögekkel, területekkel kapcsolatos problémák megoldása. Háromszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos ismeretek összegzése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz.                  Síkidom, sokszög, átlók száma, konvexitás.                  Térelemek kölcsönös helyzete.                  Ponthalmazok távolsága</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Két pont, pont és egyenes, pont és sík távolsága.</li> <li><input type="checkbox"/> Két egyenes távolsága.</li> </ul> <p>Két sík távolsága</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Alapszerkesztések.</li> <li><input type="checkbox"/> Matematikatörténet: Euklidesz - Elemek</li> </ul> <p>A szög</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> Szögek fajtái.</li> <li><input type="checkbox"/> Szögpárok: csúcsszögek, mellékszögek, pótszögek,</li> <li><input type="checkbox"/> párhuzamos szárú szögek, merőleges szárú szögek.</li> <li>- Összefüggés a háromszög szögei között /belső és külső szögek/</li> <li><input type="checkbox"/> Sokszögek szögösszege.</li> <li><input type="checkbox"/> Nevezetes háromszögek: 30°, 60°, 90°-os, 15°, 75°, 90°-os szögekkel rendelkező háromszögek.</li> <li><input type="checkbox"/> Területekre vonatkozó tételek, feladatok.</li> <li><input type="checkbox"/> Távolsággal jellemzett ponthalmazok:                         <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben,</li> <li><input type="checkbox"/> két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben.</li> </ul> </li> </ul> <p>Egybevágósági transzformációk a síkban, és ezek tulajdonságai                  Háromszögek, négyszögek</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Háromszög-egyenlőtlenség, összefüggés a háromszög oldalai és szögei között</li> <li><input type="checkbox"/> Háromszögek nevezetes vonalai és körei. (Bizonyítás nélkül.)</li> <li><input type="checkbox"/> Négyszögek csoportosítása szimmetriák szerint</li> </ul>		<p><i>Informatika</i></p> <p><i>Természettudományos ismeretek</i></p>

	<p>- A paralelogramma, mint középpontosan szimmetrikus négyszög</p> <p>- Szabályos sokszögek</p> <p>Néhány geometriai alapú játék.</p> <p>Matematikatörténet: klasszikus geometriai problémák: a körosztás, a kockakettőzés, a szögharmadolás, a kör négyszögesítésének kérdése.</p>
<b>Kulcsfogalmak</b>	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, síkidom, sokszög, test, csúcs, él, lap, merőleges, párhuzamos, szög, kör, gömb.

Tematikai egység	5. Függvények, sorozatok	Órakeret 23 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Függvények ábrázolása tulajdonságaik alapján. Számítási sorozat, mértani sorozat egyszerű alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A függvény fogalma.</p> <p>Függvénytulajdonságok.</p> <p>Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely.</p> <p>Monotonitás, szélsőérték.</p> <p>Az egyenes arányosság és grafikonja.</p> <p>Lineáris függvény: elsőfokú függvény, konstans függvény.</p> <p>Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése.</p> <p>Fordított arányosság: <math>f(x) = a/x</math></p> <p>Másodfokú függvény.</p> <p>Függvénytranszformációk. Egyszerű esetekben: <math>f(x)+c</math>; <math>f(x+c)</math>, <math>-f(x)</math>.</p> <p>Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása.</p> <p>Matematikatörténet: René Descartes.</p> <p>A sorozat, mint függvény. Sorozatok készítése, vizsgálata.</p> <p>A számtani sorozat</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával.</li> <li><input type="checkbox"/> A számtani sorozat első n tagjának összege.</li> <li><input type="checkbox"/> A számtani közép.</li> </ul> <p>A mértani sorozat</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="checkbox"/> A mértani sorozat megadása az első taggal és a hányadossal.</li> <li><input type="checkbox"/> Kamatos kamat, mint mértani sorozat (csak alapfeladatok).</li> <li><input type="checkbox"/> (Hitel, törlesztés, gazdasági fogalmak.)</li> <li><input type="checkbox"/> A mértani közép.</li> </ul> <p>Szélsőérték-feladatok számtani és mértani közép összefüggésének segítségével (csak a két alaptípus).</p> <p>Matematikatörténet: Gauss.</p>		<p><i>Informatika</i></p> <p><i>Természettudományos ismeretek</i></p>
<b>Kulcsfogalmak</b>	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, egyenes arányosság, fordított arányosság, sorozat, számtani sorozat, számtani közép, mértani sorozat, mértani közép.	



<b>Tematikai egység</b>	<b>6. Kombinatorika, valószínűség</b>		<b>Órakeret</b> <b>15 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok gyűjtése.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Sorba rendezések, kiválasztások felismerése, esetek összeszámolása. A gyakoriság, relatív gyakoriság fogalmán keresztül a valószínűségi gondolkodás mélyítése.		
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Kombinatorika. Sorba rendezési feladatok. A faktoriális jelölés használata. Kiválasztási feladatok. „Általános iskolás” módszerrel, képletek nélkül, vagy kevés képlettel. Körmérkőzéses feladatok. Kombinatorikus geometriai feladatok, pl. hány részre osztja a síkot $n$ egyenes? Melyik valószínűbb? Valószínűségi kísérletek végzése. Események valószínűségének összehasonlítása („melyik valószínűbb?”).		Informatika  Testnevelés: sorba rendezés, mérkőzések szervezése.	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Faktoriális, kiválasztott halmaz, rendezett halmaz. Gyakoriság, relatív gyakoriság.		

<b>Tematikai egység</b>	<b>6. Rendszerező ismétlés</b>		<b>Órakeret</b> <b>10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Az év eleji bevezető problémák felidézése. Az év során áttekintett fogalmak, eljárások ismerete.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Módszerek, érdekes tapasztalatok felelevenítése. Egy-két általános módszer, feladattípus, játék stb. lényegének összefoglalásával a lényegkiemelő képesség fejlesztése.		
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Gondolkodási módszerek. Halmazok, logika. Algebra. Számelmélet. Geometria. Függvények, sorozatok. Kombinatorika, valószínűség.		Informatika	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Halmaz, függvény, sorozat.		

***A fejlesztés várt követelményei***

***Gondolkodási és megismerési módszerek***

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.

- A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, tagadása.
- Bizonyítási módszerek ismerete, indirekt bizonyítás, teljes indukció és skatulyaelv alkalmazása.
- Matematikai alapú játékok stratégiájának megtalálása, a játék elemzése.

### ***Számelmélet, algebra***

- Az egész számok és a racionális számok fogalma, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése.
- Algebrai egész kifejezések használata, műveletek algebrai egész kifejezésekkel.
- Elsőfokú, egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszerei. Szöveges feladatok – szövegértés, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére.
- Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban.
- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása.
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, oszthatósági szabályok alkalmazása, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata.
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös alkalmazása.
- Prímszámokkal kapcsolatos tételek, sejtések ismerete.

### ***Geometria***

- Geometriai alapfogalmak ismerete, alkalmazása
- Szögekkel, területekkel kapcsolatos feladatok megoldása.
- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek ismerete.
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete.

### ***Függvények, sorozatok***

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A lineáris függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása.
- A számtani és mértani sorozat felismerése, a sorozatra vonatkozó összefüggések használata feladatmegoldás során.

### ***Kombinatorika, valószínűség***

- Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése

### ***Tovább haladás feltétele az előkészítő évről:***

#### ***Gondolkodási és megismerési módszerek***

- Tudjon elemeket halmazba rendezni több szempont alapján.
- Tudjon összeszámlálással egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.

***Számтан, algebra***

- Biztosan tudjon számolni a racionális számkörben. Ismerje és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre, zárójelzésre vonatkozó szabályokat. Az eredményt tudja megbecsülni, végezzen ellenőrzést., helyesen és értelmesen kerekítsen.
- Ismerje és használja az egyenes és fordított arányosságot.
- Ismerje és alkalmazza feladat megoldása során a százalékszámítás alapfogalmait.
- Tudja meghatározni a legnagyobb közös osztót és a legkisebb pozitív közös többszöröst.
- Ismerje a prímszám, összetett szám fogalmát és a prímtényező felbontást.
- Tudja kiszámolni egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értékét. Tudjon összevonni. Tudjon többtagú kifejezést szorozni egytagúval.
- Tudjon betűkifejezésekkel végzett műveleteket alkalmazni matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Tudja ésszerűen használni a számológépet.

***Összefüggések, függvények, sorozatok***

- Tudja a megadott sorozatokat adott szabály szerint folytatni.
- Ismerje és alkalmazza a számtani és mértani sorozat fogalmát.
- Ismerje fel az egyenes arányosság grafikonját, alkalmazza a lineáris kapcsolatokról tanultakat természettudományos feladatokban is.
- Tudjon grafikont elemezni a tanult szempontok szerint, grafikonokat készítése, grafikonokról adatokat leolvasni.

***Geometria***

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes legyen jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.
- Ismerje a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.
- Tengelyes és középpontos tükörkép, eltolt alakzat képének szerkesztése. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül).
- Tudja a Pitagorasz-tételt kimondani és alkalmazni számítási feladatokban.

***Valószínűség, statisztika***

- Le tudja jegyezni a valószínűségi kísérletek eredményeit, ki tudja számítani a relatív gyakoriságot.
- Konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.

Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése

*9 osztály (heti 3 óra)*

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Halmazok	Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor .</p> <p>Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.</p> <p>Alaphalmaz és komplementer halmaz.</p>		<p><i>Informatika:</i> adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban, élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba</p> <p><i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása</p>
<p>A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története .</p> <p>Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.</p>		<p><i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel)..</p>
<p>Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).</p>		<p><i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása.</p> <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Szöveges feladatok, a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése.</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet	Órakeret 12 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Számológép használata.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Euler, Fermat) Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.</p>		<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> babiloni, egyiptomi, görög antik tudományos központok.  <i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei</p>
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv. A hatványozás azonosságai. Számok normálalakja.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig.</p>
<b>Kulcsfogalmak/</b>	Hatvány. Normálalak	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Aritmetika és algebra	Órakeret 46 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i></p>

<p>Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból. Százalékszámítás.</p> <p><math>(a \pm b)^2</math>, <math>(a \pm b)^3</math> polinom alakja, <math>a^2 - b^2</math> szorzat alakja. Azonosság fogalma. Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.</p> <p>Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből</p>	<p>számítási feladatok <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos étel-miszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.</p>
<p>Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai, grafikus megoldása. Azonos átalakítások gyakorlása.</p> <p>Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. <math> x+c  = ax+b</math></p> <p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.</p> <p>Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> algebra – Al-Hvarizmi.</p>	<p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p> <p><i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b></p>	<p>Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények	Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A függvény megadása, elemi tulajdonságai.</p> <p>A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése.</p> <p><i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége.</p> <p><i>Informatika:</i> táblázatkezelés</p>
<p>Az abszolútérték-függvény. Az <math>x \mapsto  ax+b </math> függvény grafikonja, tulajdonságai (<math>a \neq 0</math>).</p> <p>Az <math>x \mapsto x^2</math> másodfokú függvény grafikonja és tulajdonságai.</p>		<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>

<p>A négyzetgyökfüggvény. Az <math>x \mapsto \sqrt{x}</math> (<math>x \geq 0</math>) függvény grafikonja, tulajdonságai.</p> <p>A fordított arányosság függvénye. <math>x \mapsto \frac{a}{x}</math> (<math>ax \neq 0</math>) grafikonja, tulajdonságai.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.</p> <p><i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.</p> <p><i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma.</p>
<p>Az <math>x \mapsto ax^2 + bx + c</math> (<math>a \neq 0</math>) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai.</p> <p>Függvénytranszformációk áttekintése az <math>x \mapsto a(x-u)^2 + v</math> alak segítségével.</p>	
<p>Függvények alkalmazása.</p> <p>Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b></p>	<p>Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p><b>Geometria</b></p>	<p><b>Órakeret</b> <b>28 óra</b></p>
<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlkák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.</p>	
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.</p>	
<p><b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b></p>		<p><b>Kapcsolódási pontok</b></p>
<p>Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. Háromszög-egyenlőtlenség, Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között.</p> <p>A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).</p> <p>Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.</p>		<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>

<p>Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.                  A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján). A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.                  A szög mérése. A szög ívmértéke.                  Thalész tétele. A matematika, mint kulturális örökség.                  Pitagorasz-tétel és alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése)</p>	<p><i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége.  <i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás.  <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.  <i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre</p>
<p>Geometriai transzformáció fogalma.                  A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás.                  A geometriai transzformációk tulajdonságai: fixpont, fixegyenes, szögtartás, távolságtartás, irányítástartás                  A geometriai vektorfogalom. Vektorok összege, két vektor különbsége.                  Egybevágóság, szimmetria.                  Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala.                  A középpontos tükrözés alkalmazása                  Egyszerű szerkesztési feladatok</p>	<p><i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások.  <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.  <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok</p>
<p>Négyszögek, Sokszögek.                  Síkidomok kerülete, területe.                  Egyszerű szerkesztési feladatok</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög, háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó, szimmetria. Vektor, vektorművelet.</p>



***A fejlesztés várt eredményei:*****Gondolkodási és megismerési módszerek**

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése

**Számтан, algebra**

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megoldása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása.
- A valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

**Összefüggések, függvények, sorozatok**

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

**Geometria**

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.

- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

### ***Továbbhaladás feltétele***

- Ismerje és használja a halmaz megadásának különböző módjait, a halmaz elemeinek fogalmát
- Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: véges és végtelen halmaz, alaphalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, részhalmaz, komplementer halmaz;
- Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő halmazműveleteket: metszet, unió, különbség;
- Tudja definiálni a racionális számot, és ismerje az irracionális szám fogalmát
- Ismerje a **N**, **Z**, **Q**, **Q\***, **R** halmazokat és kapcsolataikat;
- Használja az alapműveletek az **N**, **Z**, **Q** halmazokon;
- Ismerje a számegyenes pontjai és a valós számhalmaz kölcsönösen egyértelmű kapcsolatát, az intervallum fogalmát;
- Ismerje a véges halmazok elemeinek a számát
- Tudja az abszolútérték definícióját
- Ismerje a függvény fogalmát, a megadási és a jelölési módjait;
- Ismerje a függvénytani alapfogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítésiérték, értékészlet).
- Tudja a lineáris, a másodfokú, az abszolútérték és a négyzetgyök függvényeket ábrázolni, ismerje az elemi tulajdonságaikat;
- Egyszerű függvényeket tudjon jellemezni grafikon alapján: értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás;
- Tudja az egyenes és fordított arányosságot alkalmazni gyakorlati példákban! ( $x \rightarrow ax$ ,  $x \rightarrow a/x$ );
- Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni.
- Tudjon helyettesítési értéket számítani.
- Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál.
- Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni [ $f(x) + c$ ;  $f(x+c)$ ;  $c \cdot f(x)$ ;  $f(cx)$ ].
- Tudjon összetett számokat prímtényezőkre bontani;
- Tudja a legnagyobb közös osztót és a legkisebb közös többszöröst meghatározni és egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni.
- Ismerje az algebrai kifejezés, algebrai tört, polinom fogalmát;
- Ismerje egész kitevőre a hatványok értelmezését és alkalmazza a hatványozás azonosságait;
- Ismerje a nevezetes azonosságokat:  $(a \pm b)^2$ ,  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ ,  $(a \pm b)^3$  alkalmazza algebrai törtekkel végzett műveleteknél: egyszerűsítés, szorzás, osztás, összevonás, szorzattá alakítás.
- Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is).
- Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prímszámokat.
- Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani.
- Tudjon más számrendszerek létezéséről.
- Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből 2 alapú számrendszerbe és viszont.

- Ismerje a helyiértékes írásmódot.
- Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal.
- Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját.
- Tudjon változót kifejezni képletekből;
- Tudjon egy abszolútértéket tartalmazó egyenleteket megoldani;
- Tudjon lineáris egyenletrendszert megoldani;
- Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát.
- Alkalmazza a különböző egyenlet megoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése stb.
- Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában.
- Ismerje az egyenlőtlenségek alaptulajdonságait (mérlegelv alkalmazása).
- Egyszerű elsőfokú egyenlőtlenségek és egyszerű egyismeretlenes egyenlőtlenség-rendszerek megoldása.
- Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása.
- Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát.
- Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat.
- Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága) vonatkozó meghatározásokat
- Tudja a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát.
- Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban
- Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságaikat.
- Alkalmazza a feladatokban az eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, egybevágósági transzformációkat.
- Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben.
- Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit.
- Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismerje a síkidomok csoportosítását különböző szempontok szerint.
- Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint.
- Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van).
- Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait.
- Tudja a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör).
- Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.
- Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.
- Ismerje a négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid) és tulajdonságaikat, alkalmazza ismereteit egyszerű feladatokban.
- Konvex síknégyszög belső és külső szögeinek összege, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.
- Ismerje és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket.
- Tudja a szabályos sokszögek definícióját.
- A kör részeinek ismerete, alkalmazása egyszerű feladatokban.
- Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, s hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.

- A szög mérése fokban és radiánban.
- Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével.
- Tudja és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását.
- Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:
  - Vektor fogalma, abszolútértéke,
  - Nullvektor, ellentett vektor,
- Vektorok összege, különbsége

**9. osztály (heti 4 óra)**

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Halmazok	Órakeret 14 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Cantor .</p> <p>Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.</p> <p><math>n</math> elemű halmaz részhalmazainak a száma</p> <p>Alaphalmaz és komplementer halmaz.</p>		<p><i>Informatika:</i> adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban, élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba</p> <p><i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása</p>
<p>A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok.</p> <p>A számírás története .</p> <p>Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.</p>		<p><i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel)..</p>
<p>Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).</p>		<p><i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása.</p> <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Szöveges feladatok, a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése.</p>

<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, intervallum
------------------------------------	--

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Számelmélet</b>	<b>Órakeret 16 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Számológép használata.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész., Euler, Fermat) Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.</p>		<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> babiloni, egyiptomi, görög antik tudományos központok. <i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei</p>
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv. A hatványozás azonosságai. Számok normálalakja.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig.</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hatvány. Normálalak	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Aritmetika és algebra</b>	<b>Órakeret 52 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott	

	eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata. Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból. Százalékszámítás.</p> <p><math>(a \pm b)^2</math>, <math>(a \pm b)^3</math> polinom alakja, <math>a^2 - b^2</math> szorzat alakja. <math>(a + b + c)^2</math>; <math>a^3 - b^3</math>; <math>a^3 + b^3</math> Azonosság fogalma.</p> <p>Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.</p> <p>Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológiai-egészségtan:</i> számítási feladatok <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.</p>
<p>Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai, grafikus megoldása. Azonos átalakítások gyakorlása.</p> <p>Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. <math> x+c  = ax+b</math></p> <p>Abszolútértékes egyenlőtlenségek Törtös egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. Törtek előjelének vizsgálata</p> <p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. Grafikus megoldás. Behelyettesítő módszer. Egyenlő együtthatók módszere. Új ismeretlen bevezetése</p> <p>Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.</p>	<p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.</p> <p><i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok</p>
<i>Matematikatörténet:</i> algebra – Al-Hvarizmi.	
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények	Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A függvény megadása, elemi tulajdonságai.</p> <p>A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése.</p> <p><i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége.</p> <p><i>Informatika:</i> táblázatkezelés</p>
<p>Az abszolútérték-függvény. Az <math>x \mapsto  ax + b </math> függvény grafikonja, tulajdonságai (<math>a \neq 0</math>).</p> <p>Az <math>x \mapsto x^2</math> másodfokú függvény grafikonja és tulajdonságai.</p> <p>A négyzetgyökfüggvény. Az <math>x \mapsto \sqrt{x}</math> (<math>x \geq 0</math>) függvény grafikonja, tulajdonságai.</p> <p>A fordított arányosság függvénye. <math>x \mapsto \frac{a}{x}</math> (<math>ax \neq 0</math>) grafikonja, tulajdonságai.</p>		<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p> <p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.</p> <p><i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.</p> <p><i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma.</p>
<p>Az <math>x \mapsto ax^2 + bx + c</math> (<math>a \neq 0</math>) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai.</p> <p>Függvénytranszformációk áttekintése az <math>x \mapsto a(x - u)^2 + v</math> alak segítségével.</p> <p>Függvénytranszformációk alkalmazása további függvényekkel</p>		
<p>Függvények alkalmazása.</p> <p>Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.</p>



<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.
-------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria	Órakeret 48 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése.</p> <p>Háromszög-egyenlőtlenség, Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között.</p> <p>A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).</p> <p>Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.</p>		<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő. A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján). A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.</p> <p>A szög mérése. A szög ívmértéke.</p> <p>Thalesz tétele. A matematika, mint kulturális örökség.</p> <p>Pitagorasz-tétel és alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése)</p>		<p><i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége.</p> <p><i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás.</p> <p><i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.</p>

			<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre
<p>Geometriai transzformáció fogalma. A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: fixpont, fixegyenes, szögtartás, távolságtartás, irányítástartás</p> <p>A geometriai vektorfogalom. Vektorok összege, két vektor különbsége. Egybevágóság, szimmetria. Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása Szabályos sokszögek. Egyszerű szerkesztési feladatok</p>		<p><i>Fizika:</i> elmozdulás-vektor, forgások.</p> <p><i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok</p>	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög, háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó, szimmetria. Vektor, vektorművelet.		

### ***A fejlesztés várt eredményei:***

#### **Gondolkodási és megismerési módszerek**

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése

#### **Számтан, algebra**

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása.
- A valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

#### **Összefüggések, függvények, sorozatok**

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).

- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

### Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

### *Továbbhaladás feltétele*

- Ismerje és használja a halmaz megadásának különböző módjait, a halmaz elemeinek fogalmát
- Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: véges és végtelen halmaz, alaphalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, részhalmaz, komplementer halmaz;
- Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő halmazműveleteket: metszet, unió, különbség;
- Tudja definiálni a racionális számot, és ismerje az irracionális szám fogalmát
- Ismerje a **N**, **Z**, **Q**, **Q\***, **R** halmazokat és kapcsolataikat;
- Használja az alapműveletek az **N**, **Z**, **Q** halmazokon;
- Ismerje a számegyenes pontjai és a valós számhalmaz kölcsönösen egyértelmű kapcsolatát, az intervallum fogalmát;
- Ismerje a véges halmazok elemeinek a számát
- Tudja az abszolútérték definícióját
- Ismerje a függvény fogalmát, a megadási és a jelölési módjait;
- Ismerje a függvénytan alapfogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékészlet).
- Tudja a lineáris, a másodfokú, az abszolútérték és a négyzetgyök függvényeket ábrázolni, ismerje az elemi tulajdonságaikat;

- Egyszerű függvényeket tudjon jellemezni grafikon alapján: értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás;
- Tudja az egyenes és fordított arányosságot alkalmazni gyakorlati példákban! ( $x \rightarrow ax$ ,  $x \rightarrow a/x$ );
- Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni.
- Tudjon helyettesítési értéket számítani.
- Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál.
- Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni [ $f(x) + c$ ;  $f(x+c)$ ;  $c \cdot f(x)$ ;  $f(cx)$ ].
- Tudjon összetett számokat prímtényezőkre bontani;
- Tudja a legnagyobb közös osztót és a legkisebb közös többszöröst meghatározni és egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni.
- Ismerje az algebrai kifejezés, algebrai tört, polinom fogalmát;
- Ismerje egész kitevőre a hatványok értelmezését és alkalmazza a hatványozás azonosságait;
- Ismerje a nevezetes azonosságokat:  $(a \pm b)^2$ ,  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ ,  $(a \pm b)^3$  alkalmazza algebrai törtekkel végzett műveleteknél: egyszerűsítés, szorzás, osztás, összevonás, szorzattá alakítás.
- Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is).
- Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prímszámokat.
- Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani.
- Tudjon más számrendszerek létezéséről.
- Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből 2 alapú számrendszerbe és viszont.
- Ismerje a helyiértékes írásmódot.
- Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal.
- Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját.
- Tudjon változót kifejezni képletekből;
- Tudjon egy abszolútértéket tartalmazó egyenleteket megoldani;
- Tudjon lineáris egyenletrendszert megoldani;
- Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát.
- Alkalmazza a különböző egyenlet megoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése stb.
- Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában.
- Ismerje az egyenlőtlenségek alaptulajdonságait (mérlegelv alkalmazása).
- Egyszerű elsőfokú egyenlőtlenségek és egyszerű egyismeretlenes egyenlőtlenség-rendszerek megoldása.
- Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása.
- Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát.
- Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat.
- Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága) vonatkozó meghatározásokat
- Tudja a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát.
- Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban
- Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságaikat.
- Alkalmazza a feladatokban az eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, egybevágósági transzformációkat.
- Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben.

- Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit.
- Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismerje a síkidomok csoportosítását különböző szempontok szerint.
- Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint.
- Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldalal szemben nagyobb szög van).
- Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait.
- Tudja a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör).
- Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.
- Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.
- Ismerje a négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid) és tulajdonságaikat, alkalmazza ismereteit egyszerű feladatokban.
- Konvex síknégyszög belső és külső szögeinek összege, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.
- Ismerje és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket.
- Tudja a szabályos sokszögek definícióját.
- A kör részeinek ismerete, alkalmazása egyszerű feladatokban.
- Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, s hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.
- A szög mérése fokban és radiánban.
- Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével.
- Tudja és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását.
- Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:
  - Vektor fogalma, abszolútértéke,
  - Nullvektor, ellentett vektor,
- Vektorok összege, különbsége

**10. osztály (heti 3 óra)**

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Algebra</b>	<b>Órakeret</b> 48 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása. Másodfokú-, négyzetgyök függvény.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Másodfokú, négyzetgyökös egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. A rendszerező képesség fejlesztése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai. Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése. Műveletek gyökös kifejezésekkel. Gyökfüggvények.		<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. Gyöktényező alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása. Gyökök és együtthatók összefüggése. Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. Új ismeretlen bevezetése. Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok. Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$ Két négyzetgyököt tartalmazó egyenletek. Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy $> 0$ ) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek. Törtös másodfokú egyenlőtlenségek.		<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között.		<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, diszkrimináns, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet. Számtani közép, mértani közép.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési</b>	<b>Geometria, hasonlóság</b>	<b>Órakeret</b> 24 óra
--------------------------------------	------------------------------	---------------------------

<b>cél</b>		
<b>Előzetes tudás</b>	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. A Pitagorasz-tétel ismerete. Egybevágósági transzformációk.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai.</p> <p>A geometriai vektorfogalom.</p> <p>Egybevágóság, szimmetria.</p> <p>Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p>		<p><i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások.</p> <p><i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok</p>
<p>Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás.</p> <p>A hasonlósági transzformáció.</p> <p>Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</p> <p>A hasonlóság alkalmazásai.</p> <p>Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.</p> <p>Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben.</p> <p>A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.</p> <p>Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.</p> <p>Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek.</p> <p>Húrnégyszögek és érintőnégyszögek definíciója, tételei.</p>		<p><i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.</p> <p><i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.</p>
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Hasonló. Arány.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Szögfüggvények, vektorok</b>	<b>Órakeret 22 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A derékszögű koordináta-rendszer. Vektorok „empirikusan”.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Szögfüggvények megismerése és alkalmazása. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Vektorműveletek. Vektor szorzása valós számmal. Vektorok felbontása összetevőkre.</p> <p>Helyvektorok, vektorkoordináták.</p>		<p><i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.</p> <p><i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása</p>
<p>Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.</p> <p>Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°.</p> <p>Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között.</p> <p>Pótszögek szögfüggvényei.</p> <p>A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. Szöveges feladatok.</p>		<p><i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Színusz, koszinusz, tangens, kotangens. Periodikus függvény.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Gondolkodási módszerek, kombinatorika, statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret 17 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.</p> <p>A valószínűség fogalma: tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.</p>	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”.</p> <p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.</p> <p>Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p> <p>A matematikai bizonyítás.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p> <p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>



Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorba rendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban		<i>Technika, életvitel és gyakorlat: hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</i>
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram). Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.		<i>Informatika: adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.</i>  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). Földrajz: időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</i>
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége. Gyakorlati problémák.		<i>Biológia-egészségtan: öröklés, mutáció.</i>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ..., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális. Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.	

### ***A fejlesztés várt eredményei***

#### **Gondolkodási és megismerési módszerek**

- Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámolási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

#### **Számтан, algebra**

- Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

#### **Összefüggések, függvények, sorozatok**

- Másodfokú függvények ismerete (tulajdonságok, grafikon, transzformációk).

- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.

### Geometria

- A tanult hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

### Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

### *Továbbhaladás feltétele 10. évfolyamról*

- Ismerje és alkalmazza a négyzetgyök azonosságait;
- Tudja meghatározni irracionális kifejezések értelmezési tartományát.
- Tudjon gyökjel alá bevinni, kivinni a gyökjel alól, nevezőt gyökteleníteni
- Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját.
- Tudja meghatározni a diszkrimináns fogalmát.
- Ismerje és alkalmazza a megoldóképletet.
- Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét.
- Alkalmazza feladatokban a gyöktényező alakot.
- Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szóveges feladatokat megoldani.
- Tudjon másodfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Tudjon egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenleteket megoldani.
- Tudjon  $\sqrt{ax+b} = cx+d$  típusú egyenleteket megoldani.

- Tudjon egyszerű másodfokú egyenlőtlenségeket megoldani
- Ismerje a transzformációk leírását, tulajdonságait, alkalmazza azokat.
- Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban.
- Tudjon szakaszt adott arányban felosztani.
- Ismerje fel a hasonló alakzatokat, (pl. háromszögek hasonlósági alapesetei) alkalmazza.
- Tudja és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.
- Ismerje és alkalmazza feladatokban a magasság- és a befogótételt
- Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát.
- Ismerje a háromszög területének kiszámítása különböző adatokból:  $t = \frac{a \cdot m_a}{2}$ ;  $t = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ .
- Kerület- és területszámítási feladatokat tudjon megoldani.
- Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:
  - vektor fogalma, abszolútértéke,
  - nullvektor, ellentett vektor,
  - vektorok összege, különbsége, skalárszorosa
- Tudjon vektort összetevőkre bontani.
- Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban.
- Tudjon hegyes szögek esetén szögfüggvényeket kifejezni egymásból.
- Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ) szögfüggvényeit
- Sorba rendezési és kiválasztási problémákat ismerje fel, használja;
- Ismerje a gyakoriság, relatív gyakoriság, esemény, valószínűség fogalmát;
- Tudja a valószínűséget becsülni és kiszámítani egyszerűbb esetekben.
- Határozza meg az esemény, eseménytér értékét konkrét példák esetén
- Ismerje a klasszikus (Laplace)-modellt.
- Tudjon adott adathalmazt szemléltetni.
- Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni
- Tudjon kördiagramot és oszlopdiagramot készíteni.
- Tudjon adott diagramról információt kiolvasni
- Tudja és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság
- Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat:
  - aritmetikai átlag (súlyozott számtani közép),
  - medián (rendezett minta közepe),
  - módusz (leggyakoribb érték).
- Ismerje és használja a következő fogalmakat: terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás.
- Szórás kiszámolása adott adathalmaz esetén számológéppel.
- Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.

**10. évfolyam (heti 4 óra)**

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Algebra	Órakeret 56 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása. Másodfokú-, négyzetgyök függvény.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Másodfokú, négyzetgyökös egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. A rendszerező képesség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai. Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése. Műveletek gyökös kifejezésekkel. Gyökfüggvények.		<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. Gyöktényező alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása. Gyökök és együtthatók összefüggése. Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. Új ismeretlen bevezetése. Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok. Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx+d$ Két négyzetgyököt tartalmazó egyenletek. Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy $> 0$ ) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek. Törtös másodfokú egyenlőtlenségek.		<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között.		<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.

<b>Kulcsfogal- mak/fogalmak</b>	Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, diszkrimináns, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet. Számítási közép, mértani közép.
-------------------------------------	---

<b>Tematikai egy- ség/ Fejlesztési cél</b>	<b>Geometria, hasonlóság</b>	<b>Órakeret 38 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. A Pitagorasz-tétel ismerete. Egybevágósági transzformációk.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai.</p> <p>A geometriai vektorfogalom.</p> <p>Egybevágóság, szimmetria.</p> <p>Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p>		<p><i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások.</p> <p><i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok</p>
<p>Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás.</p> <p>A hasonlósági transzformáció.</p> <p>Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</p> <p>A hasonlóság alkalmazásai.</p> <p>Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.</p> <p>Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben.</p> <p>A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távföldrajz, szög, terület a tervrajzon, térképen.</p> <p>Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.</p> <p>Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek.</p> <p>Húrnégyszögek és érintőnégyzetek definíciója, tételei.</p>		<p><i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az arányvetés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.</p> <p><i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.</p>
<b>Kulcsfogal- mak/fogalmak</b>	Hasonló. Arány.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Szögfüggvények, vektorok</b>		<b>Órakeret 32 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A derékszögű koordináta-rendszer. Vektorok „empirikusan”.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Szögfüggvények megismerése és alkalmazása. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban.		
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Vektorműveletek. Vektor szorzása valós számmal. Vektorok felbontása összetevőkre. Helyvektorok, vektorkoordináták.		<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye. <i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása	
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense. Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Pótszögek szögfüggvényei. A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. Szöveges feladatok.		<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Színusz, koszinusz, tangens, kotangens. Periodikus függvény.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Gondolkodási módszerek, kombinatorika, statisztika, valószínűség</b>		<b>Órakeret 22 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. A valószínűség fogalma: tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.		
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai. Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások. A matematikai bizonyítás.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele. <i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.	

Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram). Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).  <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége. Gyakorlati problémák.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ....., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális. Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.

### *A fejlesztés várt eredményei*

#### **Gondolkodási és megismerési módszerek**

- Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámolási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

#### **Számтан, algebra**

- Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

#### **Összefüggések, függvények, sorozatok**

- Másodfokú függvények ismerete (tulajdonságok, grafikon, transzformációk).
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.

### Geometria

- A tanult hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

### Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

### *Továbbhaladás feltétele 10. évfolyamról*

- Ismerje és alkalmazza a négyzetgyök azonosságait  $t$ ;
- Tudja meghatározni irracionális kifejezések értelmezési tartományát.
- Tudjon gyökjel alá bevinni, kivinni a gyökjel alól, nevezőt gyökteleníteni
- Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját.
- Tudja meghatározni a diszkrimináns fogalmát.
- Ismerje és alkalmazza a megoldóképletet.
- Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét.
- Alkalmazza feladatokban a gyöktényező alakot.
- Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szóveges feladatokat megoldani.
- Tudjon másodfokú egyenletrendszeret megoldani.
- Tudjon egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenleteket megoldani.



- Tudjon  $\sqrt{ax+b} = cx + d$  típusú egyenleteket megoldani.
- Tudjon egyszerű másodfokú egyenlőtlenségeket megoldani
- Ismerje a transzformációk leírását, tulajdonságait, alkalmazza azokat.
- Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban.
- Tudjon szakaszt adott arányban felosztani.
- Ismerje fel a hasonló alakzatokat, (pl. háromszögek hasonlósági alapesetei) alkalmazza.
- Tudja és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.
- Ismerje és alkalmazza feladatokban a magasság- és a befogótételt
- Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát.
- Ismerje a háromszög területének kiszámítása különböző adatokból:  $t = \frac{a \cdot m_a}{2}$ ;  $t = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ .
- Kerület- és területszámítási feladatokat tudjon megoldani.
- Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:
  - vektor fogalma, abszolútértéke,
  - nullvektor, ellentett vektor,
  - vektorok összege, különbsége, skalárszorosa
- Tudjon vektort összetevőkre bontani.
- Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban.
- Tudjon hegyes szögek esetén szögfüggvényeket kifejezni egymásból.
- Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ) szögfüggvényeit
- Sorba rendezési és kiválasztási problémákat ismerje fel, használja;
- Ismerje a gyakoriság, relatív gyakoriság, esemény, valószínűség fogalmát;
- Tudja a valószínűséget becsülni és kiszámítani egyszerűbb esetekben.
- Határozza meg az esemény, eseménytér értékét konkrét példák esetén
- Ismerje a klasszikus (Laplace)-modellt.
- Tudjon adathalmazt szemléltetni.
- Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni
- Tudjon kördiagramot és oszlopdiagramot készíteni.
- Tudjon adott diagramról információt kiolvasni
- Tudja és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság
- Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat:
  - aritmetikai átlag (súlyozott számtani közép),
  - medián (rendezett minta közepe),
  - módusz (leggyakoribb érték).
- Ismerje és használja a következő fogalmakat: terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás.
- Szórás kiszámolása adott adathalmaz esetén számológéppel.
- Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.

**10. évfolyam (heti 5 óra)**

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Algebra	Órakeret 70 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása. Másodfokú-, négyzetgyök függvény.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Másodfokú, négyzetgyökös egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. A rendszerező képesség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai. Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése. Műveletek gyökös kifejezésekkel. Gyökfüggvények.		<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása. Gyökök és együtthatók összefüggése. Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. Új ismeretlen bevezetése. Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok. Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Szélsőérték feladatok megoldása másodfokú függvény szélsőértékének vizsgálatával. Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax + b} = cx + d$ Két négyzetgyököt tartalmazó egyenletek. Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy $> 0$ ) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek. Törtös másodfokú egyenlőtlenségek.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	

Nevezetes közepek. Összefüggések két vagy több pozitív szám négyzetes, mértani, számtani és harmonikus közepe között.		<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, diszkrimináns, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet. Számtani közép, mértani közép.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Geometria, hasonlóság</b>	<b>Órakeret 47 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. A Pitagorasz-tétel ismerete. Egybevágósági transzformációk.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása. Geometriai tételek bizonyításai, ezáltal a következő képesség fejlesztése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai.</p> <p>A geometriai vektorfogalom.</p> <p>Egybevágóság, szimmetria.</p> <p>Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p>		<p><i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások.</p> <p><i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok</p>
<p>Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás.</p> <p>A hasonlósági transzformáció.</p> <p>Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</p> <p>A hasonlóság alkalmazásai.</p> <p>Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.</p> <p>Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben.</p> <p>A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen. Szöveges feladatok.</p> <p>Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.</p>		<p><i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.</p> <p><i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.</p>

Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek, bizonyítások. Húrnégyszögek és érintőnégyszögek definíciója, tételei, bizonyítás.	
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Hasonló. Arány.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Szögfüggvények, vektorok	Órakeret 40 óra
<b>Előzetes tudás</b>	A derékszögű koordináta-rendszer. Vektorok „empirikusan”.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Szögfüggvények megismerése és alkalmazása. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Vektorműveletek. Vektor szorzása valós számmal. Vektorok felbontása összetevőkre. Helyvektorok, vektorkoordináták.		<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye. <i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense. Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Pótszögek szögfüggvényei. A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. Szöveges feladatok. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok.		<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Színusz, koszinusz, tangens, kotangens. Periodikus függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, kombinatorika, statisztika, valószínűség	Órakeret 28 óra
<b>Előzetes tudás</b>	A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. A valószínűség fogalma: tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. A valószínűség kombinatorikus kiszámítási módja. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”.</p> <p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.</p> <p>Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p> <p>A matematikai bizonyítás.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p> <p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</p>
<p>Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).</p> <p>Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.</p>		<p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ megjelenítés.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p>
<p>Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége. Gyakorlati problémák.</p>		<p><i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	<p>Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ....., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális. Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.</p>	

### *A fejlesztés várt eredményei*

#### **Gondolkodási és megismerési módszerek**

- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

**Számтан, algebra**

- Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megoldása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

**Összefüggések, függvények, sorozatok**

- Másodfokú függvények ismerete (tulajdonságok, grafikon, transzformációk).
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.

**Geometria**

- A tanult hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

**Valószínűség, statisztika**

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

**Továbbhaladás feltétele 10. évfolyamról**

- Ismerje és alkalmazza a négyzetgyök azonosságait;
- Tudja meghatározni irracionális kifejezések értelmezési tartományát.
- Tudjon gyökjel alá bevinni, kivinni a gyökjel alól, nevezőt gyökteleníteni
- Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját.
- Tudja meghatározni a diszkrimináns fogalmát.
- Ismerje és alkalmazza a megoldóképletet.
- Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét.
- Alkalmazza feladatokban a gyöktényező alakot.
- Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatokat megoldani.
- Tudjon másodfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Tudjon egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenleteket megoldani.
- Tudjon  $\sqrt{ax+b} = cx+d$  típusú egyenleteket megoldani.
- Tudjon egyszerű másodfokú egyenlőtlenségeket megoldani
- Ismerje a transzformációk leírását, tulajdonságait, alkalmazza azokat.
- Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban.
- Tudjon szakaszt adott arányban felosztani.
- Ismerje fel a hasonló alakzatokat, (pl. háromszögek hasonlósági alapesetei) alkalmazza.
- Tudja és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.
- Ismerje és alkalmazza feladatokban a magasság- és a befogótételt
- Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát.
- Ismerje a háromszög területének kiszámítása különböző adatokból:  $t = \frac{a \cdot m_a}{2}$ ;  $t = \frac{ab \sin \gamma}{2}$
- Kerület- és területszámítási feladatokat tudjon megoldani.
- Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:
  - vektor fogalma, abszolútértéke,
  - nullvektor, ellentett vektor,
  - vektorok összege, különbsége, skalárszorosa
- Tudjon vektort összetevőkre bontani.
- Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban.
- Tudjon hegyes szögek esetén szögfüggvényeket kifejezni egymásból.
- Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ) szögfüggvényeit
- Sorba rendezési és kiválasztási problémákat ismerje fel, használja;
- Ismerje a gyakoriság, relatív gyakoriság, esemény, valószínűség fogalmát;
- Tudja a valószínűséget becsülni és kiszámítani egyszerűbb esetekben.
- Határozza meg az esemény, eseménytér értékét konkrét példák esetén
- Ismerje a klasszikus (Laplace)-modellt.
- Tudjon adott adathalmazt szemléltetni.
- Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni
- Tudjon kördiagramot és oszlopdiagramot készíteni.
- Tudjon adott diagramról információt kiolvasni
- Tudja és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság
- Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat:

- aritmetikai átlag (súlyozott számtani közép),
- medián (rendezett minta közepe),
- módusz (leggyakoribb érték).
- Ismerje és használja a következő fogalmakat: terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás.
- Szórás kiszámolása adott adathalmaz esetén számológéppel.
- Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.



**11. évfolyam (heti 3 óra)**

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Kombinatorika, gráfok	Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	A függvény fogalma és az egyszerűbb elemi függvények. Ábrázolásuk a koordináta-rendszerben. Függvénytranszformációs tapasztalatok konkrét függvényeken.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Sorba rendezési, leszámplálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.		<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása  <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.		
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.		
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Valószínűség, statisztika	Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.		<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.		

A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről. Egyszerű valószínűség-számítási problémák.		<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel.		
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.		
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 36 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.		
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén. Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.		
Az exponenciális függvények. Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.

A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.		
A logaritmus értelmezése. Zsebszámológép használata, táblázat használata <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében). A logaritmus azonosságai.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés.  <i>Kémia:</i> pH-számítás.  <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.  A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.		<i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Trigonometria	Órakeret 24óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Vektorok, vektorműveletek.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Szögfüggvények megismerése. A háromszög trigonometriájának nevezetes tételei, skaláris szorzat	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg). A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$		<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.  <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Szinusztétel, koszinusztétel.		<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre.

	<i>Földrajz:</i> térbrázolás és termegismerés eszközei, GPS.
Síkidomok kerületének és területének számítása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusz és koszinusz között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusz, illetve koszinusz között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valós szám szinusz, koszinusz, tangense. Skaláris szorzat.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Koordináta geometria	Órakeret 24 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Rácsháromszög, számelmélet és geometria kapcsolata, tételek elsajátítása, alkalmazása, nevezetes gráfelméleti tételek.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Helyvektor. Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.</p> <p>A helyvektor koordinátái.</p> <p>Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.</p> <p>Két pont távolsága, a szakasz hossza.</p>		<p><i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p> <p><i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képzőanyag (hologram)</p>
<p>Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.</p> <p>Iránytangens és az egyenes meredeksége. A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.</p> <p>Az egyenes egyenlete.</p> <p>Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.</p>		<p><i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</p> <p><i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.</p>

Két egyenes metszéspontja.		
A kör egyenlete. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör adott pontjában húzott érintője.		
A koordináta geometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.		<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Bázisrendszer, helyvektor. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.	

### *A fejlesztés várt követelményei*

#### **Gondolkodási és megismerési módszerek**

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- A gráfok eszközzellegű használata problémamegoldásában.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

#### **Számтан, algebra**

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

#### **Összefüggések, függvények, sorozatok**

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

#### **Geometria**

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.

- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, terület, terület kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

### Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

### *Továbbhaladás feltétele 11. évfolyamról*

- Definiálja és használja az  $\sqrt[n]{a}$  fogalmát
- Tudjon gyökjel alá bevinni, kivinni a gyökjel alól, nevezőt gyökteleníteni;
- Ismerje a racionális kitevő fogalmát, tudjon velük műveleteket végezni;
- Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait
- Ismerje a logaritmus és a hatvány inverz kapcsolatát;
- Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott (alapvető) függvényeket:  $x \mapsto a^x$ ;  $x \mapsto \log_a x$ .
- Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.
- (Exponenciális és logaritmusos egyenletek);
- Ismerjen a természetben lejátszódó exponenciális folyamatokat.
- Ismerje a skaláris szorzat definíciója, tulajdonságai.
- Tudja a szögfüggvények általános definícióját.
- Tudja és használja a szinusz- és a koszinusztételt.
- Tudjon számolásokat végezni általános háromszögben.
- Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani
- Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:
  - vektor koordinátái,
  - a vektor  $90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátái,
  - vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái,
  - skalárszorzat kiszámítása koordinátákból.
- Vektorokat tudja alkalmazni feladatokban.
- Tudja  $\overrightarrow{AB}$  vektor koordinátáit, abszolútértékét.
- Tudja meghatározni két pont távolságát, szakasz felezőpontját, harmadoló pontját, alkalmazza feladatokban.
- Tudja felírni a háromszög súlypontja koordinátáit, alkalmazza feladatokban.
- Tudja felírni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét.

- Tudja kiszámolni egyenesek metszéspontját.
- Ismerje egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.
- Tudjon elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatokat megoldani koordinátageometriai eszközökkel.
- Tudja adott középpontú és sugarú körök egyenletét felírni.
- Tudja kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontját és sugarát meghatározni.
- Tudja kör és egyenes metszéspontját meghatározni.
- Tudja felírni a kör adott pontjában húzott érintő egyenletét.
- Alkalmazza ismereteit feladatokban.
- Tudjon egyszerű sorba rendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.
- Ismerje a gráf szemléletes fogalmát és a gráfelméleti alapfogalmakat;
- Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.
- Tudjon egyszerű valószínűségszámítási problémákat megoldani;
- Ismerje néhány konkrét eloszlás tulajdonságait;
- Használja a műveleteket eseményekkel konkrét valószínűségszámítási példák esetén (és, vagy, nem);
- Tudjon valószínűségeket kiszámítani visszatevéses mintavétel és binomiális eloszlás esetén.

**11. évfolyam (heti 6 óra)**

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>Órakeret 18 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráfhasználat feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok.</p> <p>Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Cantor</p>		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság.
<p>Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások (fakultatív) Adott tulajdonságú matematikai objektumok konstruálása. Példák a matematika történetéből lehetetlenségi bizonyításokra, paradoxonokra</p>		
<p>Kombinatorika. (A korábbi ismeretek összegzése.) Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel. (Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétlés, rendszerezés.) Binomiális együtthatók, tulajdonságaik. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal. Néhány kombinatorikus geometriai probléma. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.</p>		
<p>Gráfok. Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagráf, kör, teljes gráf). Gráfokra, éleikre, csúcsok fokszámaira vonatkozó egyszerű tételek. Euler-vonal Gráfok alkalmazása leszámolásos feladatokban – rendszerező ismétlés.</p>		<i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.



<i>Matematikatörténet:</i> Euler.		
A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben. Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása. (Nevezetes példák az egyes módszerekre)		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.
<i>Kulcsfogalmak/ fogalmak</i>	Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 44 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Az n-edik gyök A négyzetgyök fogalmának általánosítása. Az n-edik gyökre vonatkozó azonosságok, alkalmazásaik. Műveletek n-edik gyökkel.		
A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése. Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel. Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. A hatványfogalom kiterjesztése irracionális számra, függvénytranszformációk ismétlése Az exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.  <i>Fizika:</i> radioaktivitás.
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Másodfokúra vezető Új ismeretlen bevezetése Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.		<i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).

<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival.                  A logaritmus fogalma.                  Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.                  A logaritmus azonosságai.                  Szorzat, hányados, hatvány logaritmus, áttérés más alapú logaritmusra.                  Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál.                  A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására  <i>Matematikatörténet:</i> Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.   <i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>
<p>A logaritmusfüggvény.                  A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata.                  Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata.                  Inverz függvénykapcsolat.</p>	<p><i>Fizika:</i> régészeti leletek – kormeghatározás.</p>
<p>Logaritmosus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek                  Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.                  Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmosus egyenleteknél.                  Szöveges feladatok megoldása</p>	
<p>Paraméteres exponenciális és logaritmosus egyenletek. (kiegészítés, bővebben 12.osztályban az ismétlésnél)</p>	
<p>Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.</p>

<p><b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b></p>	<p><b>3. Trigonometria</b></p>	<p><b>Órakeret 56 óra</b></p>
<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.</p>	
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy új-szerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.</p>	
<p><b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b></p>		<p><b>Kapcsolódási pontok</b></p>

<p>A szögfüggvények értelmezése derékszögű háromszögekben, kapcsolataik.</p>	
<p>A háromszög trigonometriájának nevezetes tételei.</p>	
<p>A szögfüggvények kiterjesztése forgásszögekre, trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása, jellemzése és transzformálása.</p>	
<p>A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– a vektor fogalma,</li> <li>– vektorműveletek,</li> <li>– vektorfelbontás.</li> </ul> <p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>	
<p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. A kétféle képlet együttes használata, vektorok hajlásszöge Vektorok vektoriális szorzata (kiegészítő anyag). A művelet tulajdonságai Szemléletes kép, bizonyítások nélkül.</p>	<p><i>Fizika:</i> munka, elektromosság.</p>
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok. Algebra feladatok megoldása geometriai modellel</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása.  <i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatározás.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– két szög összegének és különbségének szögfüggvényei,</li> <li>– egy szög kétszeresének szögfüggvényei,</li> <li>– félszögek szögfüggvényei (kiegészítő anyag)</li> <li>– két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása.</li> </ul>	

<p>A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása.                  Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása.                  Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel.</p>	
<p>Trigonometrikus egyenletek.                  Elsőfokú, Másodfokú (<math>A \sin^2 x + \cos^2 x = 1</math> összefüggés )  <math>a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = c</math> típusú egyenletek                  Addíciós tételek alkalmazása egyenletek megoldásában                  Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése.</p> <p>Trigonometrikus egyenlőtlenségek.                  Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása.                  Háromszög szögeire vonatkozóan</p> <p>Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata (kapcsolódás fizikai problémákhoz)</p> <p>Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Skaláris szorzat, szinusztétel, koszinusztétel, addíciós tétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Koordinátageometria	Órakeret 52 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A Descartes-féle koordinátarendszer.                  A helyvektor és a szabadvektor.                  Rendszerező ismétlés.</p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Vektor abszolútértékének kiszámítása.                  Két pont távolságának kiszámítása.                  A Pitagorasz-tétel alkalmazása.                  Két vektor hajlásszöge.                  Skaláris szorzat használata.</p>		
<p>Szakasz osztópontjának koordinátái.                  A háromszög súlypontjának koordinátái.                  Elemi geometriai ismereteket alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása.</p>		<p><i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.</p>
<p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irány-szög, iránytangens.                  A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata.</p>		<p><i>Fizika:</i> mérések értékelése.</p>

<p>Az egyenes egyenletei.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes, illetve sík egyenlete.</li> <li>– Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban, egyenletrendszere térben.</li> <li>– Iránytényező egyenlet.</li> </ul> <p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.</p> <p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Két egyenes metszéspontja. Két egyenes szöge. Skaláris szorzat használata.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata.</p> <p>Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes.</p> <p>A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés.</p> <p>A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.</p>	<p><i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör.</p>
<p>Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy az euklideszi szerkesztés menetének követésével.</p> <p>Mértani helyek keresése. Merőleges affinitással kapott mértani helyek.</p> <p>Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek. Lineáris programozási feladat (kiegészítés)</p>	<p><i>Informatika:</i> több feltétellel együttes vizsgálata.</p>
<p><i>Kulcsfogalmak/ fogalmak</i></p>	<p>Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, kör, parabola egyenlete.</p>

<p><b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b></p>	<p><b>5. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása</b></p>	<p><b>Órakeret 12 óra</b></p>
<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Nevezetes azonosságok ismerete. Középek és sorrendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.</p>	

<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat optimális megoldások keresésében.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Azonos egyenlőtlenségek. Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek.</p> <p>Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása szélsőérték-feladatok megoldásában. Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokú és trigonometrikus függvényekkel.)</p>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szélsőérték hely, szélsőérték. Nevezetes közép.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>6. Sorozatok</b>	<b>Órakeret 30 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása. Az analízis témakörének előkészítése	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismételése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat <math>n</math>-edik elemének megadása (kiegészítés) <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>		<i>Informatika:</i> algoritmusok.
<p>Számtani sorozat. A számtani sorozat <math>n</math>-edik tagja. A számtani sorozat első <math>n</math> tagjának összege. Mértani sorozat. A mértani sorozat <math>n</math>-edik tagja. A mértani sorozat első <math>n</math> tagjának összege. Számítási feladatok számtani és a mértani sorozatokra. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. A számtani sorozat mint lineáris és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása. Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása. Törlesztési feladatok. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék. Véges sorok összegzése.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> lineáris és exponenciális folyamatok.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hitel – adósság – eladósodás.</p>

<p>Számtani és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i></p>	
<p>Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok. Az <math>\sqrt[n]{a}</math>, <math>\sqrt[n]{n}</math> <math>\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n</math> sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.</p>	
<p>Végtelen sorok. Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása közösleges törtre. További példák konvergens sorokra. Négyzetszámok reciprokainak összege (kiegészítés).</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>7. Statisztika, valószínűség</p>	<p>Órakeret 12 óra</p>
<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Klasszikus valószínűségi modell.</p>	
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.</p>	
<p><b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b></p>		<p><b>Kapcsolódási pontok</b></p>
<p>Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel. Ismétlés <i>Matematikatörténet: George Boole.</i></p>		
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Klasszikus valószínűségi modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége. Feltételes valószínűség.</p>		<p><i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p>

<p>Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján.</p> <p>Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.)</p> <p>Geometriai valószínűség.</p> <p><i>Matematikatörténet.</i> Pólya György, Rényi Alfréd.</p>	
---	--

### ***A fejlesztés várt követelményei***

#### **Gondolkodási és megismerési módszerek**

- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.
- A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

#### **Számтан, algebra**

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális és logaritmosos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

#### **Összefüggések, függvények, sorozatok**

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.

#### **Geometria**

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.



**Valószínűség, statisztika**

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

***Továbbhaladás feltétele 11. évfolyamról***

- Definiálja és használja az  $\sqrt[n]{a}$  fogalmát
- Tudjon gyökjel alá bevinni, kivinni a gyökjel alól, nevezőt gyökteleníteni;
- Ismerje a racionális kitevő fogalmát, tudjon velük műveleteket végezni;
- Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait
- Ismerje a logaritmus és a hatvány inverz kapcsolatát;
- Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott (alapvető) függvényeket:  $x \mapsto a^x$ ;  $x \mapsto \log_a x$ .
- Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.
- (Exponenciális és logaritmosos egyenletek);
- Ismerjen a természetben lejátszódó exponenciális folyamatokat.
- Ismerje a skaláris szorzat definíciója, tulajdonságai.
- Tudja a szögfüggvények általános definícióját.
- Tudja és használja a szinusz- és a koszinusztételt.
- Tudjon számolásokat végezni általános háromszögben.
- Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani
- Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:
  - vektor koordinátái,
  - a vektor  $90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátái,
  - vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái,
  - skalárszorzat kiszámítása koordinátákból.
- Vektorokat tudja alkalmazni feladatokban.
- Tudja  $\overrightarrow{AB}$  vektor koordinátáit, abszolútértékét.
- Tudja meghatározni két pont távolságát, szakasz felezőpontját, harmadoló pontját, alkalmazza feladatokban.
- Tudja felírni a háromszög súlypontja koordinátáit, alkalmazza feladatokban.
- Tudja felírni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét.
- Tudja kiszámolni egyenesek metszéspontját.
- Ismerje egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.
- Tudjon elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatokat megoldani koordinátageometriai eszközökkel.
- Tudja adott középpontú és sugarú körök egyenletét felírni.
- Tudja kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontját és sugarát meghatározni.
- Tudja kör és egyenes metszéspontját meghatározni.

- Tudja felírni a kör adott pontjában húzott érintő egyenletét.
- Alkalmazza ismereteit feladatokban.
- Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.
- Ismerje a gráf szemléletes fogalmát és a gráfelméleti alapfogalmakat;
- Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.
- Tudjon egyszerű valószínűségszámítási problémákat megoldani;
- Ismerje néhány konkrét eloszlás tulajdonságait;
- Használja a műveleteket eseményekkel konkrét valószínűségszámítási példák esetén (és, vagy, nem);
- Tudjon valószínűségeket kiszámítani visszatevéses mintavétel és binomiális eloszlás esetén.

**12. évfolyam (heti 4 óra)**

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Sorozatok	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.		<i>Informatika:</i> probléma- megoldás informatikai eszközökkel és mód- szerekkel: algoritmu- sok megfogalmazása, tervezése.
Számmtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.		
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. Kamatoskamat-számítás.		<i>Fizika; kémia, biológia- egészségtan; földrajz; törté- nelem, társadalmi és ál- lampolgári ismeretek:</i> ex- ponenciális folyamatok vizsgálata.  <i>Földrajz:</i> a világgazda- ság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyama- tai, hitelezés, adósság, eladósodás.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Számsorozat. Rekurzió. Számmtani sorozat, mértani sorozat.	

Tematikai egy- ség/ Fejlesztési cél	Geometria	Órakeret 28 óra
Előzetes tudás	Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne.	
A tematikai egy- ség nevelési-fej- lesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: tá- volságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. Emléke- zés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>

Síkdomok kerületének és területének számítása. Tételek távolsága, hajlásszöge.		<i>Földrajz</i> : felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúp), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.		<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata (térgometria szimulációs program).  <i>Kémia</i> : kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.		
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Felszín, térfogat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 80 óra
<b>Előzetes tudás</b>	A középiskolai matematika anyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i> : babiloni, egyiptomi, görög antik tudományos központok.	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek. A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata. Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása. Bizonyítási módszerek.	<i>Filozófia</i> : logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.  <i>Informatika</i> : Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása,	

	<p>elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése.</p> <p>Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.</p>
Kombinatorika: leszámítási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	
<i>Számtan, algebra</i>	
Gyakorlati számítások.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.</i>
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>	
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. A tanult alapfüggvények ismerete.	
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$ , $f(x + c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ . Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	

Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Geometria</i>	
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.	
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	
Háromszögre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	
Négyszögre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.	
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. Vektorok alkalmazásai. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig. Vektorok alkalmazásai.	
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>	
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hitelesség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó

	jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	
<b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b>	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.

### *A fejlesztés várt eredményei*

#### **Gondolkodási és megismerési módszerek**

- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.

#### **Számтан, algebra**

- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

#### **Összefüggések, függvények, sorozatok**

- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.

#### **Geometria**

- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

#### **Összességében**

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önelenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúr-történeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire

### ***Továbbhaladás feltétele 12. évfolyamról***

- Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait.
- Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az  $a_n$ -re, illetve az  $S_n$ -re vonatkozó összefüggéseket kell használni.
- Tudja a kamatos kamatra vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni.
- Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.
- Alkalmazza a hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínének és térfogatának képleteit



**12. évfolyam (heti 7 óra)**

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret 10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>		
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
<p>Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Számsokaságok jellemzése: átlag, medián, módusz, szórás. Gyakorlati példák arra, hogy mikor melyik mutatóval célszerű jellemezni a számsokaságot. Átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés. Közvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv. Minőség-ellenőrzés.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.</p>	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Folytonosság, differenciálszámítás</b>	<b>Órakeret 50 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékkészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
<p>A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.</p>	
<p>Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. A <math>\frac{\sin x}{x}</math> függvény vizsgálata, az <math>x = 0</math> helyen vett határértéke.</p>	<p><i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése.  <i>Fizika:</i> felhasználás <math>\sin x</math>, illetve <math>\operatorname{tg} x</math> közelítésére kis szög esetében.</p>	

<p>A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)</p>	<p><i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.</p>
<p>Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.</p>	<p><i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata.  <i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.</p>
<p>A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, <math>x^n</math>, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.) Magasabbrendű deriváltak. <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p>
<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. – Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. – Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p>
<p>Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p>	
<p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.</p>	

Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.		<i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabb rendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Integrálszámítás, téergeometria	Órakeret 60 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Az integrálszámítás módszereivel találkozáskor a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekintő képet kialakítása a téergeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből. A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témakörében. (Pl. geometriai bizonyításokban.)		
A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata. Csonkagúla térfogata. Alakzatok felszíne, hálójája. Csonkakúp felszíne.		
Téergeometria elemei. Tetraéderekre vonatkozó tételek. Tetraéder és paralelepipedon. Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek.		<i>Kémia:</i> kristályok.  <i>Művészetek:</i> szimmetriák.
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.		

<p>Alsó és felső közelítő összegek.          Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása.          Közelítés véges összegekkel.          A határozott integrál fogalma, jelölése.          A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig.          Példa nem integrálható függvényre is.          Negatív függvény határozott integrálja.          A határozott integrál és a terület-előjeles terület.          Az integrál közelítő kiszámítása.  <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata.</p>
<p>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele.          Korlátos és monoton függvények integrálhatósága.          A határozott integrál tulajdonságai.</p>	<p><i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.</p>
<p>Az integrál mint a felső határ függvénye.          Integrálfüggvény.          Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja.          Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között.          A primitív függvény fogalma.          A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál:          – hatványfüggvény, polinomfüggvény,          – trigonometrikus függvények,          – exponenciális függvény, logaritmusfüggvény.          A Newton-Leibniz-tétel.          Integrálási módszerek:          Integrálás helyettesítéssel.  <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler.</p>	
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra.          Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.          Forgástest térfogatának meghatározása.          Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata.</p>	<p><i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség.          Newton munkássága.</p>

<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Felszín, térfogat, forgástestek, csonkagúla, csonkakúp, gömb.
--------------------------------	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 90 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A 4 év matematika-tananyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemző-készség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p><i>Gondolkodási módszerek</i></p> <p><i>Halmazok, matematikai logika</i></p> <p>Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor.</p> <p><i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i></p> <p>Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. Euler-féle poliédertétel. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása. Nevezetes sejtések.</p>		<p><i>Filozófia:</i> gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.</p>
<p><i>Algebra és számelmélet</i></p> <p><i>Műveletek kifejezésekkel</i></p> <p>Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai.</p> <p><i>Számelmélet</i></p> <p>Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása.</p> <p><i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i></p> <p>Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok megoldása.</p>

<p>Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	
<p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i> <i>Függvények</i> A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk. Valós folyamatok elemzése függvénytani modellek szerint. <i>Sorozatok, sorok</i> A sorozat fogalma. Számítási, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor. <i>Analízis</i> Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálási szabályok. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek. A határozott integrál. Newton–Leibniz-tétel. A határozott integrál alkalmazásai.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára. <i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>
<p><i>Geometria</i> <i>Geometriai alapsfogalmak</i> Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge. <i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i> Nevezetes ponttalmazok. Síkídomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek. <i>Geometriai transzformációk</i> Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben. <i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i> Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei.</p>	<p><i>Művészetek:</i> szimmetriák, arany metszés. <i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használata.</p>

<p>A kúpszeletek definíciója, egyenleteik.  <i>Geometriai mértékek</i>  A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik.  A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai.  A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai.</p>	
<p><i>Valószínűségszámítás, statisztika</i>  Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás.  Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer.  A matematika különböző területeinek összekapcsolása:  Boole-algebra.  Grafikonok, táblázatok, diagramok készítése és olvasása.  Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság.  A valószínűség kiszámítási módjai.  Feltételes valószínűség.  Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján.  Szerepük a mindennapi életben.  A közvéleménykutatás elemei.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.   <i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje.</p>
<p><i>Motivációs témakörök</i>  Néhány matematikatörténeti szemelvény.  A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.)  Matematikusokkal kapcsolatos történetek.  Matematika alapú játékok.  Logikai feladványok, konstrukciós feladatok.  A matematika néhány filozófiai kérdése.  A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői.  Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internet-használat.</p>

### ***A fejlesztés várt eredményei***

#### **Gondolkodási és megismerési módszerek**

- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.

#### **Számтан, algebra**

- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

#### **Összefüggések, függvények, sorozatok**

- A sorozatok jellemzése
- Függvények jellemzése (határérték, folytonosság, differenciálás)

#### **Geometria**

- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.

- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

### **Összességében**

- A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önelenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúr-történeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire

### ***Továbbhaladás feltétele 12. évfolyamról***

- Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait.
- Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az  $a_n$ -re, illetve az  $S_n$ -re vonatkozó összefüggéseket kell használni.
- Tudja a kamatos kamatra vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni.
- Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.
- Alkalmazza a hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínének és térfogatának képleteit